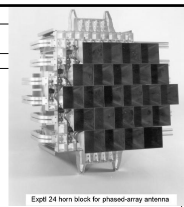


Antenna Arrays

INEL 5305
Dr. Sandra Cruz-Pol
ECE, UPRM

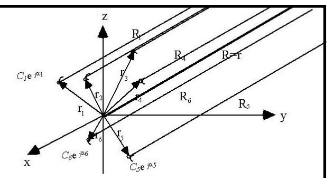
Definición

- Arreglo de antenas: 2 o más antenas usadas simultáneamente para mejorar las propiedades de radiación]y/o controlar las especificaciones de un diseño dado.

Ventajas

- • Aumento en la directividad (y ganancia)
- • Control de los lóbulos laterales ("sidelobes")
- • Rastreo electrónico (usando la fase de alimentación)

In general:

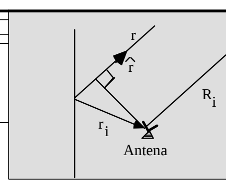


- The total field at the observation point is:

$$E(r) = C_1 \frac{f(\theta,\phi)}{4\pi R_1} e^{-jkR_1} e^{j\alpha_1} + C_2 \frac{f(\theta,\phi)}{4\pi R_2} e^{-jkR_2} e^{j\alpha 2} + \ldots$$

$$E(r) = \frac{f(\theta,\phi)}{4\pi} \sum_{i=1}^{N} C_i \frac{e^{-jkR_i} e^{j\alpha_i}}{R_i} \qquad R_i = r - r_i \cdot \hat{r}$$

Path difference



Causes a shift in phase

- For the phase:

$$R_i = r - \bar{r}_i \cdot \hat{r}$$

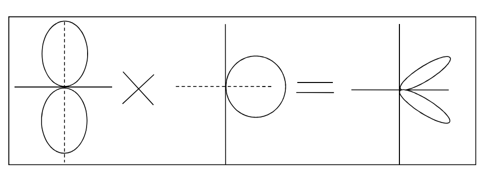
- For the magnitude: $R_i \cong r$

$$E(r) = \left[\frac{f(\theta,\phi)}{4\pi r} e^{-jkr}\right]\left[\sum_{i=1}^{N} C_i e^{j\alpha_i} e^{jk\bar{r}_i \cdot \hat{r}}\right]$$

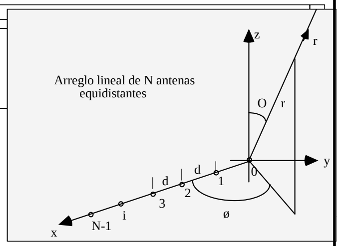
[Tipo de antena][Número de antenas][alimentación][geometría del arreglo]

MULTIPLICACIÓN DE PATRONES

$$E(r) = \begin{bmatrix} \text{Patrón} \\ \text{antena} \\ \text{isotrópica} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{Factor} \\ \text{del} \\ \text{Arreglo} \end{bmatrix} = [1][AF] = AF$$



- Arreglo Lineal Equidistante con Iluminación Uniforme con Fase Incremental

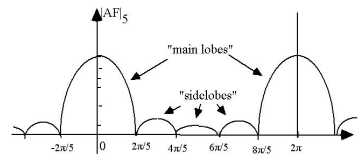


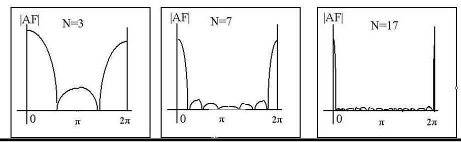
$$AF = I_o + I_o e^{j\alpha} e^{jkd\cos\phi} + I_o e^{j2\alpha} e^{j2kd\cos\phi} + I_o e^{j3\alpha} e^{j3kd\cos\phi} + \ldots$$

$$AF = e^{j\left(\frac{N-1}{2}\right)\psi} \left[\frac{\sin \frac{N}{2}\psi}{\sin \frac{\psi}{2}} \right]$$

$$\psi = kd\cos\phi + \alpha$$

For N antennas (isotropic)

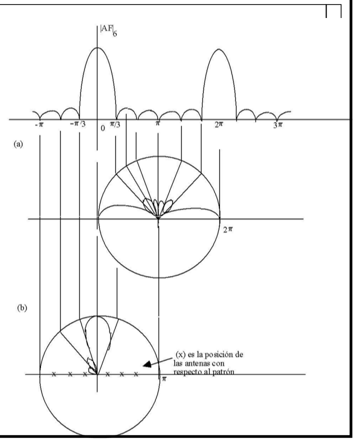




Patrón: Método gráfico

Región visible:

$$0^o < \phi < \pi$$
$$-1 > \cos\phi > 1$$
$$\alpha - \beta d < \psi < \alpha + \beta d$$



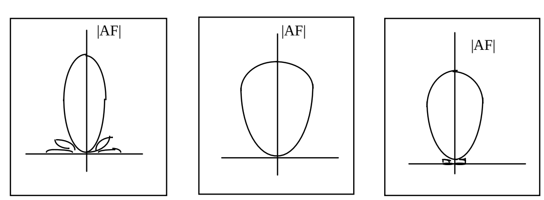
Array pattern

- Endfire
- Broadside
- Pointing to some other direction

Non-uniform Lineal Arrays

- For now we'll keep the phase equal
  - Broadside
- Look at
  1. Binomial
  2. Dolph-Tschebyscheff

Non-uniform lineal Arrays (α=0)



Uniforme	Binomial	Dolph-Tchbyscheff
1 1 1 1 1	1 4 6 4 1	1 1.6 1.9 1.6 1

Arreglo binomial

N

1   1

2   1   1

3   1 2   1

4   1 3   3   1

5 1 4   6   4   1

6 1   5 10 10   5   1

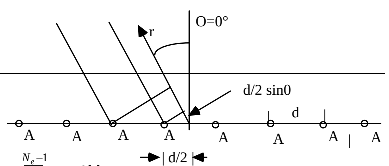
$$D = 1.77\sqrt{N}$$

$$HPBW(d=\lambda/2)\frac{.75}{\sqrt{L/\lambda}} = \frac{1.06}{\sqrt{N-1}}$$

DOLPH-TSCHEBYSCHEFF

- Desarrollado por C.L. Dolph en 1946, tenemos la libertad de escoger el SLL, y de ahí resultará el BW.
- La amplitud de las I de cada elemento está dada según los coeficientes de los polinomios de Tschebyscheff.
- A continuación consideramos dos casos, cuando el arreglo tiene un número par o impar de antenas.
  - N= par
  - N=impar

N par



$$AF_{N_e} = \sum_{0}^{N_e-1} A_i e^{j(\alpha_i + k\hat{r}\cdot\hat{r}_i)} = \sum_{0}^{N_e-1} A_i e^{jk\hat{r}\cdot\hat{r}_i}$$

$$AF_{N_e} = E_{N_e} = A_o e^{-j\frac{kd}{2}\sin\theta} + A_o e^{j\frac{kd}{2}\sin\theta} + A_1 e^{-j\frac{3}{2}kd\sin\theta} + A_1 e^{j\frac{3}{2}kd\sin\theta} + A_2 e^{-j\frac{5}{2}kd\sin\theta} + A_2 e^{j\frac{5}{2}kd\sin\theta} + \ldots$$

$$= A_o\left[2\cos\left(\frac{kd\sin\theta}{2}\right)\right] + A_1\left[2\cos\left(\frac{3kd\sin\theta}{2}\right)\right] + A_2\left[2\cos\left(\frac{5kd\sin\theta}{2}\right)\right] + \ldots$$

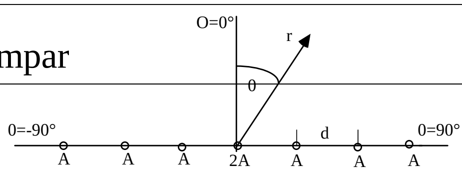
$$E_{N_e} = 2A_o\cos\left(\frac{\psi}{2}\right) + 2A_1\cos\left(\frac{3}{2}\psi\right) + 2A_2\cos\left(\frac{5}{2}\psi\right) + \ldots + 2A_N\cos\left(\frac{N_e-1}{2}\psi\right)$$

N par $E_{N_e} = 2\sum_{i=0}^{N} A_i \cos\left(\frac{2i+1}{2}\psi\right)$

$$\psi = kd\sin\theta$$

$$N = \frac{N_e}{2} - 1$$

N impar



$$E_{N_o} = 2A_o e^{j(0)} + A_1 e^{jkd\sin\theta} + A_1 e^{-jkd\sin\theta} + A_2 e^{j2kd\sin\theta} + A_2 e^{-j2kd\sin\theta} + \ldots$$

$$E_{N_o} = 2A_o + 2A_1\cos\psi + 2A_2\cos 2\psi + \ldots + 2A_N\cos\left(\frac{N_o-1}{2}\psi\right)$$

$$E_{N_o} = 2\sum_{i=0}^{N} A_i \cos\left(2i\frac{\psi}{2}\right)$$

$$\psi = kd\sin\theta$$

$$N = \frac{N_o - 1}{2}$$

Se repite el término: $\sum_{m=0} \cos m\frac{\psi}{2} = \sum_{m=0} \cos mu$

$$u = \psi/2$$

Se puede demostrar que,

m=0	cos *m*u = 1
m=1	cos *m*u = cos u
m=2	cos *m*u = cos 2u = 2 $\cos_2$ u -1
m=3	cos *m*u = cos 3u = 4 $\cos_3$ u -3 cos u
m=4	cos *m*u = cos 4u = 8 $\cos_4$ u -8 $\cos_2$ u + 1
m=5	cos *m*u = cos 5u = 16 $\cos_5$ u -20 $\cos_3$ u + 5 cos u

Las ecuaciones anteriores se pueden rescribir como,

m=0	cos *m*u = 1
m=1	cos *m*u = x
m=2	cos *m*u = 2 x_2 -1
m=3	cos *m*u = 4 x_3 -3 x
m=4	cos *m*u = 8 x_4 -8 x_2 + 1
m=5	cos *m*u = 16 x_5 -20 x_3 +5 x
m=6	cos *6*u = 32 x_6 -48 x_4 + 18 x^2 - 1

Los cuales resultan ser los Polinomios de Tchevyscheff!!!

Polinomios de Tschebyscheff

De orden m, $T_m(x)$,
cuya fórmula para recurrir es,

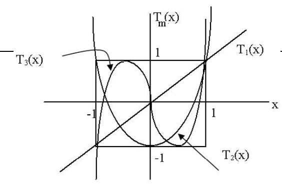
$$T_m(\cos u) = \cos(mu)$$

$$T_m(x) = 2xT_{m-1}(x) - T_{m-2}(x)$$

$$T_m(x) = \cos\left(m\cos^{-1}(x)\right) \;\dots\dots\dots\; \text{para } |x| < 1$$

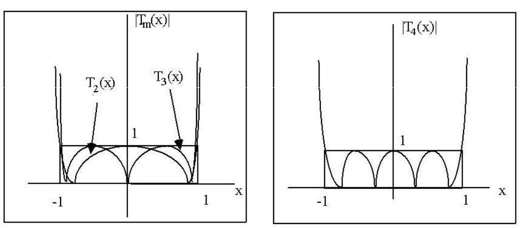
$$T_m(x) = \cosh\left(m\cosh^{-1}(x)\right) \;\dots\dots\; \text{para } |x| > 1$$

Gráfica de Polinomios de Tschebyscheff



- si tenemos N elementos necesitaremos un polinomio de $T_m(x)$ de orden $m = N\text{-}1$.
- patrón será proporcional a la **magnitud** del campo
- Los "sidelobes" se obtienen mayormente de los valores de q correspondientes a $|x| < 1$.

Trazos de la Magnitud de los primeros 4 polinomios de Tschebyscheff



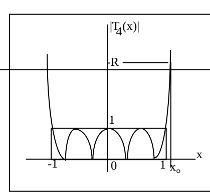
Pasos para el diseño de un Arreglo D- T
(Dado *R (SLL)*, *d*, y el número de antenas, *N*)

1. Seleccionar eq. de E de acuerdo a si es par o impar.
   1. Se usará el polinomio $T_m(x)$ donde $m = N\text{-}1$ es el orden.
2. Expandir E_N y sustituir cada $\cos(mu)$ por su serie de expansión apropiada.

   Ej : $\cos 4u = 8\cos^4 u - 8\cos^2 u + 1$
3. Hallar el punto x_o donde $T_{N-1}(x_o) = R$. En una gráfica normalizada, el "mainlobe" tiene nivel de 0 dB y los menores tienen nivel de SLL = - ζ dB. Cambiando a escala lineal:

$$\boxed{20\log R = \zeta}$$

- Sustituir $\cos(\psi/2) = \dfrac{x}{x_o}$



- y agrupar todos los términos del mismo orden en x.
- *Ej.;* $x^7(\quad) + x^5(\quad) + \dots$
- 5. Igualar E_{Ne} o E_{No} al polinomio de orden T_{Ne-1} o T_{No-1}, respectivamente, e igualar los coeficientes para así
- hallar A_o, A_1, A_2, etc.

Para trazar el patrón,

- (e.g. $|E_7| = |T_6(x)|$) es conveniente combinar las ecuaciones (8), (9), y (10) para obtener una expresión que relaciona x con el ángulo de elevación.

$$\boxed{x = x_o \cos\left(\frac{kd\sin\theta}{2}\right)}$$

- Se utiliza un método gráfico en el cual se traza la magnitud del polinomio de Tschebyscheff y luego se determina la región visible de éste, la cual depende de x_o y d en la ecuación (11).

Ejemplo: Diseñe un arreglo lineal en "broadside" de 8 elementos isotrópicos espaciados a medio largo de onda con un SLL de 26 dB bajo el máximo.

1. Halla la distribución de amplitudes necesarias.
2. Trace su patrón.

Solución: A_3 = 1.266965, A_2 = 2.069007, A_1 = 3.03436, A_0 = 3.52407