

Fundamentos de Transformadores y Máquinas Eléctricas

Dr. Lionel R. Orama Exclusa, PE

Clase 9

Ley de Faraday

$$e = -N \frac{d\phi}{dt}$$

e - potencia eléctrica (voltaje)
 $\frac{d\phi}{dt}$ - razón de cambio del flujo

N - número de Vueltas

* El voltaje es inducido por la razón de cambio del flujo magnético

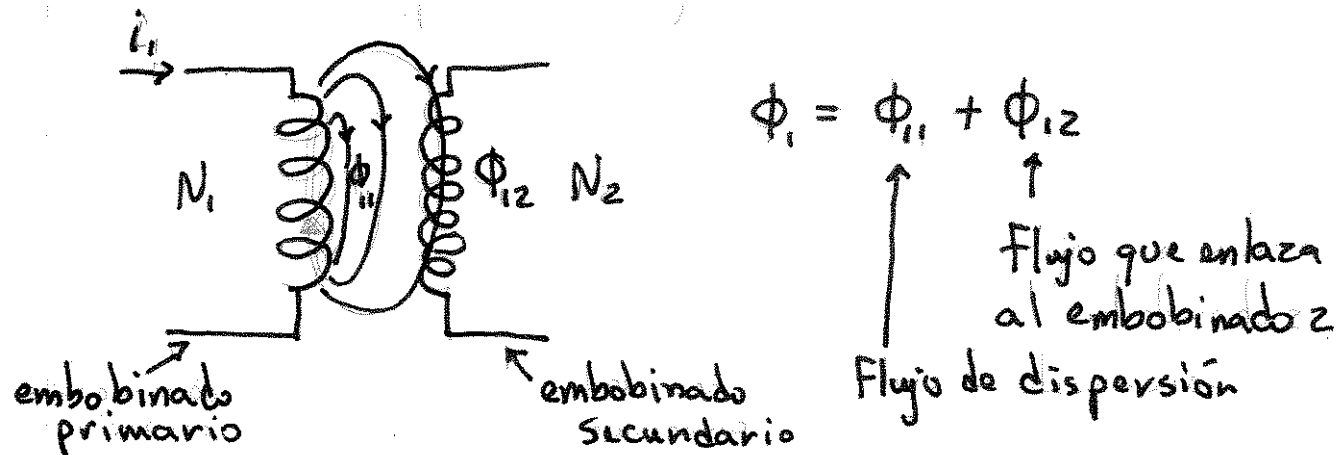
$$e = N \frac{d\phi}{di} \cdot \frac{di}{dt} \quad \text{si} \quad L = N \frac{d\phi}{di} \quad \text{inductancia [H]}$$

$$e = L \frac{di}{dt}$$

voltaje en el inductor,
según definido en Circuitos

* Si la permeabilidad es constante,
$$L = N \frac{\phi}{i}$$

Circuitos Acoplados Magnéticamente



Según Ley Faraday

$$V_2 = N_2 \frac{d\Phi_{12}}{dt} = N_2 \frac{d\Phi_{12}}{di_1} \cdot \frac{di_1}{dt} \quad ; \quad N_2 \frac{d\Phi_{12}}{di_1} = M$$

M - inductancia mutua

$$V_2 = M \frac{di_1}{dt} \quad - \text{ voltaje inducido en } N_2 \text{ por la corriente en } N_1$$

Circuitos Acoplados Magnéticamente

De igual forma,

$$V_1 = N_1 \frac{d\Phi_{21}}{dt} = N_1 \frac{d\Phi_{21}}{di_2} \cdot \frac{di_2}{dt} \quad ; \quad N_1 \frac{d\Phi_{21}}{di_2} = M$$

$$V_1 = M \frac{di_2}{dt}$$

$$\text{entonces, } M = N_2 \frac{d\Phi_{12}}{di_1} = N_1 \frac{d\Phi_{21}}{di_2}$$

Se define, Coeficiente de Acoplamiento

$$K = \frac{\Phi_{12}}{\Phi_1} = \frac{\Phi_{21}}{\Phi_2} \quad \text{entonces}$$

$$\Phi_{12} < \Phi_1 \quad \text{y} \quad \Phi_{21} < \Phi_2 \quad \therefore \quad 0 \leq K < 1$$

Circuitos Acoplados Magnéticamente

Nota: La inductancia mutua M es la misma independientemente de que el voltaje inducido sea el primario o el secundario.

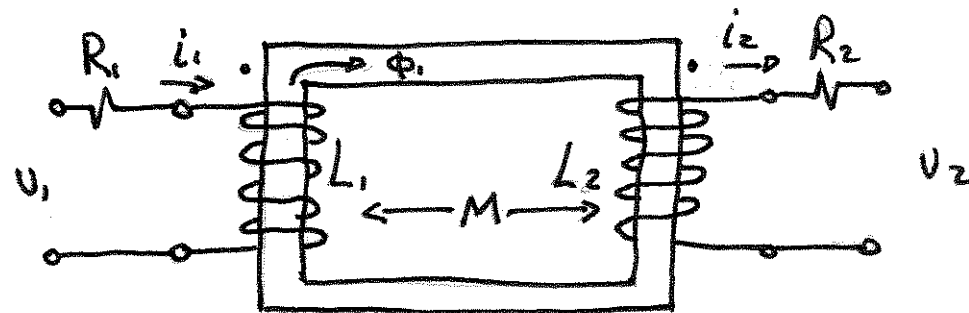
$$\text{Si tomamos } M \cdot M = M^2 = \left(N_1 \frac{d\phi_{21}}{di_1} \right) \left(N_2 \frac{d\phi_{12}}{di_1} \right)$$
$$; K = \frac{\phi_{12}}{\phi_1} = \frac{\phi_{21}}{\phi_2}$$

$$M^2 = \left(N_1 K \frac{d\phi_2}{di_1} \right) \left(N_2 K \frac{d\phi_1}{di_1} \right) = K^2 \left(N_2 \frac{d\phi_2}{di_2} \right) \left(N_1 \frac{d\phi_1}{di_1} \right)$$

$$\boxed{M^2 = K^2 L_1 L_2}$$

↑
coeficiente de Acoplamiento

Circuitos Acoplados Magnéticamente



I.
$$V_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} \pm M \frac{di_2}{dt} + R_1 i_1$$

II.
$$V_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} \pm M \frac{di_1}{dt} + R_2 i_2$$

Inductancia Mutua

E / Signo de M

1) Si los Flujos se ayudan, el signo de M es igual al del voltaje en el enbobinado inducido

2) Si los Flujos se oponen, el signo de M es contrario.

Entonces,

$$\text{I. } V_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt} + R_1 i_1 = R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt}$$

$$\text{II. } V_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt} + R_2 i_2 = R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt}$$

Ecuaciones

En Fasores,

$$\text{I. } V_1 = R_1 I_1 + j\omega L_1 I_1 - j\omega M I_2$$

$$\text{II. } V_2 = -j\omega M I_1 + R_2 I_2 + j\omega L_2 I_2$$

$$(R_1 + j\omega L_1) I_1 - j\omega M I_2 = V_1 \quad \leftarrow$$

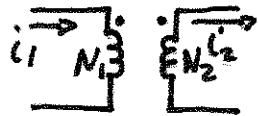
$$-j\omega M I_1 + (R_2 + j\omega L_2) I_2 = V_2 \quad \leftarrow$$

En forma de Matrices

$$\begin{bmatrix} (R_1 + j\omega L_1) & -j\omega M \\ -j\omega M & (R_2 + j\omega L_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

Regla de Puntos

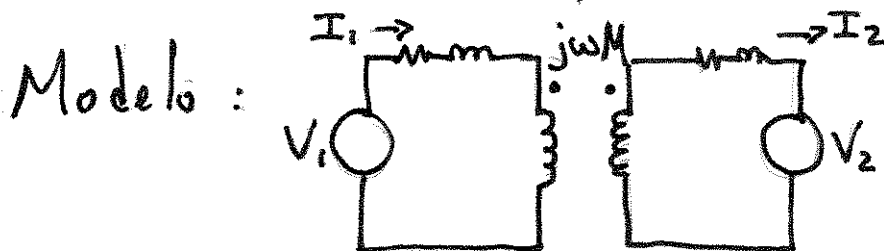
Regla de los puntos (Para la polaridad de los Emb.)



Se marcan con punto los embobinados que tienen la misma polaridad en un instante.

→ En lado N_1 entra por el punto, entonces en el lado N_2 sale por el punto

→ • Puntos arriba o abajo, signo de M es $(-)$.
• Puntos a lados opuestos, " " " " $(+)$.



Ejemplo

Para los enbobinados acoplados magnéticamente, determinar
a) X_m , b) R_{eq} , c) X_{Leq} y d) Z_{eq}

