Miercoles 22 de enero de 2014

10.2: Waves in General

En el capitulo 9 vimos el desarrollo de las ecuaciones de onda para los potenciales electricos y magneticos:

$$\boxed{\nabla^2 V - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = -\frac{\rho_v}{\varepsilon}}$$

$$\boxed{\nabla^2 \mathbf{A} - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = -\mu \mathbf{J}}$$

En este capitulo se analizan las ondas cuando estas estan lejos de su fuente. En las ecuaciones de ondas tenemos que igualar a cero las fuentes: la densidad de carga electrica y la corriente electrica.

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} - u^2 \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} = 0$$

En esta ecuacion *u* es la velocidad de la onda. Verifiquen que las unidades de los terminos son iguales. Esta ecuacion es de segundo orden y por lo tanto tendra dos soluciones. Una representa una onda propagandose en *+z* y otra en *–z*. Estos dos terminos en general tienen la forma:

$$E = f(z - ut) + g(z + ut)$$

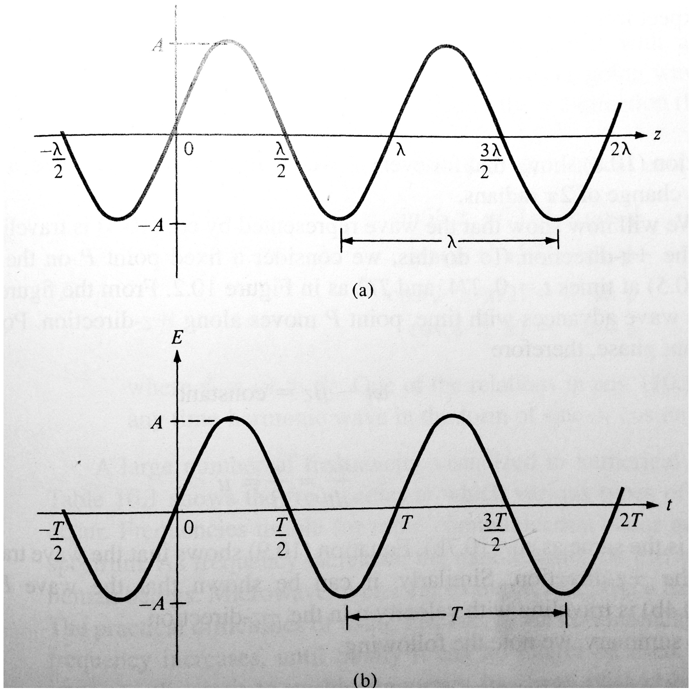
Si deseamos utilizar fasores para el analisis en tiempo podemos utilizar una solucion de forma:

$$E = Ae^{j(\omega t - \beta z)} + Be^{j(\omega t + \beta z)}$$

Nota que *E* tiene una parte real y una parte imaginaria. La direccion en que viaja la onda se determina de la derivada de la fase de la onda. En *E* tenemos dos ondas. Escojiendo una $\theta = (\omega t - \beta z)$, y moviendonos con la onda, $d\theta/dt = 0$, obtenemos:

$$0 = \omega - \beta\, dz/dt \;\; \rightarrow \;\; dz/dt = \omega/\beta$$

Como la velocidad *dz/dt* es positiva, este componente que tiene el signo negativo representa una onda que se propaga en la direccion de *+z*.



De la figura podemos ver que la onda tiene una amplitud A, la fase de la onda va a variar en espacio y tiempo. En la grafica se presenta la onda (a) variando en espacio con el tiempo fijo y (b) variando en tiempo con el espacio fijo. En la figura vemos el largo de onda λ y el periodo T. En general $\lambda = u\,T$, donde u es la velocidad de propagacion de la onda.

El periodo T esta relacionado a la frecuencia angular ω, $T = 2\pi/\omega$. El numero de onda b esta relacionado al largo de onda λ, $\beta = 2\pi/\lambda$.

Table 10.1 Electromagnetic Spectrum

EM Phenomena	Examples of Uses	Approximate Frequency Range
Cosmic rays	Physics, astronomy	10^{14} GHz and above
Gamma rays	Cancer therapy	10^{10}–10^{13} GHz
X-rays	X-ray examination	10^{8}–10^{9} GHz
Ultraviolet radiation	Sterilization	10^{6}–10^{8} GHz
Visible light	Human vision	10^{5}–10^{6} GHz
Infrared radiation	Photography	10^{3}–10^{4} GHz
Microwave waves	Radar, microwave relays, satellite communication	3–300 GHz
Radio waves	UHF television	470–806 MHz
	VHF television, FM radio	54–216 MHz
	Short-wave radio	3–26 MHz
	AM radio	535–1605 kHz

Al ver el espectro electromagnetico de interes para nosotros vemos que las ecuaciones de Maxwell tienen validez para un rango enorme de ondas desde ondas cosmicas hasta ondas radiales.

10.3,4,5,6 Plane Waves in Lossy Dielectrics, Lossless Dielectrics, Free Space, and Good Conductors

Un dielectric con perdidas es un medio donde una onda pierde potencia segun se propaga debido al medio imperfecto.

En el texto se consideran un medio lineal, isotropico, homogeneo, y dielectrico con perdidas y sin fuente de cargas. Bajo esas condiciones podemos reducir las ecuaciones de Maxwell usando fasores a las siguientes:

$$\begin{aligned}
\nabla \cdot \mathbf{E}_s &= 0 \\
\nabla \cdot \mathbf{H}_s &= 0 \\
\nabla \times \mathbf{E}_s &= -j\omega\mu\mathbf{H}_s \\
\nabla \times \mathbf{H}_s &= (\sigma + j\omega\varepsilon)\mathbf{E}_s
\end{aligned}$$

Si resolvemos las ecuaciones para E, eventualmente llegamos al resultado:

$$\boxed{\nabla^2\mathbf{E}_s - \gamma^2\mathbf{E}_s = 0}$$

$$\gamma^2 = j\omega\mu(\sigma + j\omega\varepsilon)$$

donde γ es la constante de propagacion de la onda. En circuitos II vimos esa misma constante en circuitos de segundo orden en el tiempo. Ahora lo vemos aqui en el espacio, donde $\gamma = \alpha + j\beta$, α es la razon de amortiguamiento en el espacio y β es el numero de onda.

En el texto aparecen unas expresiones para determine los valores de α y β en terminos de los parametros reales del circuito. Mas adelante veremos expresiones para una permitividad compleja. Evita usar esa permitividad compleja en estas formulas:

$$\boxed{\begin{aligned}
\alpha &= \omega\sqrt{\frac{\mu\varepsilon}{2}\left[\sqrt{1 + \left[\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}\right]^2} - 1\right]} \\
\beta &= \omega\sqrt{\frac{\mu\varepsilon}{2}\left[\sqrt{1 + \left[\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}\right]^2} + 1\right]}
\end{aligned}}$$

Podemos obtener una expresion para una de las ondas que se puede propagar por el medio:

$$\boxed{\mathbf{E}(z, t) = E_o e^{-\alpha z}\cos(\omega t - \beta z)\,\mathbf{a}_x}$$

Nota que la onda viaja en direccion de +z pero el campo electrico apunta en +x. Las ondas electromagneticas son ondas transversales y por lo general se propagan en direccion de **E** x **B.** Con esta expresion para el campo electrico podemos obtener el campo magnetico:

$$\mathbf{H} = \operatorname{Re}\left[\frac{E_o}{|\eta| e^{j\theta_\eta}}\, e^{-\alpha z} e^{j(\omega t - \beta z)}\,\mathbf{a}_y\right]$$

$$\boxed{\mathbf{H} = \frac{E_o}{|\eta|}\, e^{-\alpha z}\cos(\omega t - \beta z - \theta_\eta)\,\mathbf{a}_y}$$

Nota que el campo magnetico apunta en y en este caso para que la onda pueda propagarse en la direccion de +z segun se decidio a principio. η es la impedancia intrinseca del medio. Por lo general η es un numero complejo.

$$\eta = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma + j\omega\varepsilon}} = |\eta| \angle \theta_\eta = |\eta| e^{j\theta_\eta}$$

De la expresion anterior podemos ver que la impedancia intrinseca se vuelve real cuando la corriente de conduccion es insignificante en comparacion con la corriente de desplazamiento, $\sigma \ll \omega\varepsilon$. Cuando ambos terminos existen para un medio podemos hablar de su tangente de perdida o "loss tangent"

$$\frac{|\mathbf{J}_{cs}|}{|\mathbf{J}_{ds}|} = \frac{|\sigma \mathbf{E}_s|}{|j\omega\varepsilon \mathbf{E}_s|} = \frac{\sigma}{\omega\varepsilon} = \tan\theta$$

$$\boxed{\tan\theta = \frac{\sigma}{\omega\varepsilon}}$$

loss tangent and θ is the *loss angle*

Vemos que el tangente es la razon de corriente de conduccion a corriente de desplazamiento. Un buen dielectrico tiene poca perdida y por lo tanto un tangente de perdida pequeño.

La permitividad compleja surge al considerar el denominador de la expresion para la impedancia una pura permitividad y convertir el efecto de la conductividad del material en una permitividad imaginaria: $\sigma + j\omega\varepsilon = j\omega\varepsilon\,(1 + \sigma/j\omega\varepsilon) \Rightarrow \varepsilon(\,1 - j\,\sigma/\omega\varepsilon)$

$$\boxed{\varepsilon_c = \varepsilon\left[1 - j\,\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}\right]}$$

$$\varepsilon_c = \varepsilon' - j\varepsilon''$$

the *complex permittivity*

Esta expresion de permitividad compleja NO se puede usar en las expresiones con raiz cuadradas para alpha y beta.

Para un dielectric sin perdidas tenemos:

$$\boxed{\sigma \simeq 0, \qquad \varepsilon = \varepsilon_o\varepsilon_r, \qquad \mu = \mu_o\mu_r}$$

Para el espacio libre o al vacio:

$$\boxed{\sigma = 0, \qquad \varepsilon = \varepsilon_o, \qquad \mu = \mu_o}$$

Para un conductor perfecto o nodo:

$$\boxed{\sigma \simeq \infty, \qquad \varepsilon = \varepsilon_o, \qquad \mu = \mu_o\mu_r}$$

Del conductor tenemos varios parametros de interes que podemos explorar. Esta el "skin depth" que es una medida de la profundidad a la que una onda puede penetrar en un conductor. Es la distancia en la que se produce una caida de e^{-1} en la amplitud de la onda.

$$\delta = \frac{1}{\alpha} \tag{10.5}$$

The **skin depth** is a measure of the depth to which an **EM** wave can penetrate the medium.

$$\boxed{\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \sigma}} = \frac{1}{\alpha}}$$

Tambien se menciona la resistencia superficial de un conductor:

$$\boxed{R_s = \frac{1}{\sigma\delta} = \sqrt{\frac{\pi f \mu}{\sigma}}}$$

Compara esta expresion la de un conductor en general. La expresion de resistencia tipica aplica para señales DC. Esta expresion de resistencia superficial aplica para señales AC y es para un largo unitario y un ancho unitario. La resistencia AC se obtiene al multiplicar por el largo del conductor y dividir por el ancho. Acuerdense que el largo y el ancho es de la superficie que conduce.

Cualquier problema o duda que tengan con el material que se presento el miercoles pasado pueden pasar por mi oficina OF 327 de 1:30 a 4:10 lunes y miercoles o al salon que tenemos reservado para estos repasos S-203 de 4:30 a 5:45pm lunes y miercoles.

-Rosado